



mathematica.nodo.cesga.es

JORNADAS DE CONSULTA MATEMÁTICA PARA EMPRESAS E INSTITUCIONES

Santiago de Compostela, 11-13 de Febrero de 2008



Editores

Alfredo Bermúdez de Castro
Ignacio García Jurado
Peregrina Quintela Estévez

Universidade de Santiago de Compostela
mabermud@usc.es; igjurado@usc.es; mapere@usc.es

Jose Durany Castrillo

Universidade de Vigo
durany@dma.uvigo.es

Joan Solà-Morales Rubió

Universidad Politécnica de Cataluña
JC.Sola-Morales@upc.edu

Índice

Introducción	5
Metodología para el análisis del comportamiento de válvulas by-pass ante ondas de presión	9
<i>Álvaro Sánchez Ragnarsson, Dayco ENSA S.L.</i>	
<i>Alfredo Bermúdez de Castro López Varela, Universidade de Santiago de Compostela</i>	
Asignación de productos a testar según perfil de consumidor en un estudio de mercado	17
<i>Oriol Reventós, Product Sensory Consulting Group (PSCG)</i>	
<i>Aureli Alabert, Universitat Autònoma de Barcelona</i>	
Diseño y mejora de sistemas de refrigeración de centros de procesamiento de datos	29
<i>José Ignacio López, Centro de Supercomputación de Galicia (CESGA)</i>	
<i>Fernando Varas Mérida, Universidade de Vigo</i>	
El problema de concentración parcelaria. Descripción, formulación y aproximación a su resolución	49
<i>Miguel Rodríguez Luaces, Enxenio S.L.</i>	
<i>Juesto Puerto Albandoz, Universidad de Sevilla</i>	
Agradecimientos	55

Introducción

Los días 11, 12 y 13 de Febrero de 2008, el Nodo CESGA del proyecto Consolider i-MATH, organizó en Santiago de Compostela la primera edición de las **Jornadas de Consulta Matemática para Empresas e Instituciones. i-MATH 2008-2011**.

El objetivo de estas Jornadas es generar un espacio anual de encuentro entre empresas e instituciones y grupos de investigación del proyecto i-MATH de manera que se

- promocióne la Matemática en el entorno empresarial buscando activamente proyectos de investigación y desarrollo en donde la Matemática tenga una especial relevancia;
- intensifique la I+D entre los grupos de investigación del proyecto MATHEMATICA y los correspondientes a las industrias, en problemas susceptibles de ser tratados con métodos matemáticos, estadísticos o computacionales;
- actualice el mapa de demanda tecnológica.

En esta primera edición de las Jornadas (véase el enlace correspondiente en la página <http://mathematica.nodo.cesga.es/>) han participado como ponentes las empresas Dayco ENSA S.L., Product Sensory Consulting Group (PSCG), Centro de Supercomputación de Galicia (CESGA) y Enxenio, S.L., pertenecientes a los sectores de Automoción, Alimentario, Tecnología de Comunicaciones y Administraciones Públicas. Cada uno de los ponentes empresariales presentó un problema susceptible de ser tratado mediante métodos matemáticos y/o estadísticos; en particular, las técnicas matemáticas utilizadas en su análisis fueron la Modelización, el Análisis Estadístico Sensorial, la Optimización con Restricciones, la Programación Matemática y la Simulación Numérica de Ecuaciones en Derivadas Parciales. Los problemas estudiados en estas Jornadas cubrieron campos diversos: Mecánica de Fluidos, Transferencia de Calor, Investigación Operativa y Estadística. Además, en las Jornadas han participado un total de 56 personas entre estudiantes, investigadores, profesores y técnicos de empresas que han contribuido a un mayor éxito de las mismas. Este libro presenta, para cada uno de los cuatro problemas industriales propuestos, una memoria resumen acerca de su planteamiento, su enfoque matemático y su resolución - si ésta ha podido ser completada - o una propuesta para la misma.

Finalmente, cabe subrayar que en esta primera edición de las Jornadas se cumplieron los objetivos planteados por los organizadores: dar respuesta a las

necesidades planteadas desde Industrias y Empresas utilizando herramientas matemáticas y/o estadísticas y promocionar así su uso en la industria, incrementar y fortalecer las relaciones entre las empresas y los grupos de investigación participantes, y abrir nuevas líneas de investigación hacia temas de interés para Empresas y Universidades. Todo ello hizo que la valoración general del evento por parte de los organizadores, los coordinadores académicos de los problemas, los ponentes de las empresas y los asistentes fuese sin duda globalmente positiva.

Santiago de Compostela, 23 de Abril de 2008

El Comité Organizador:

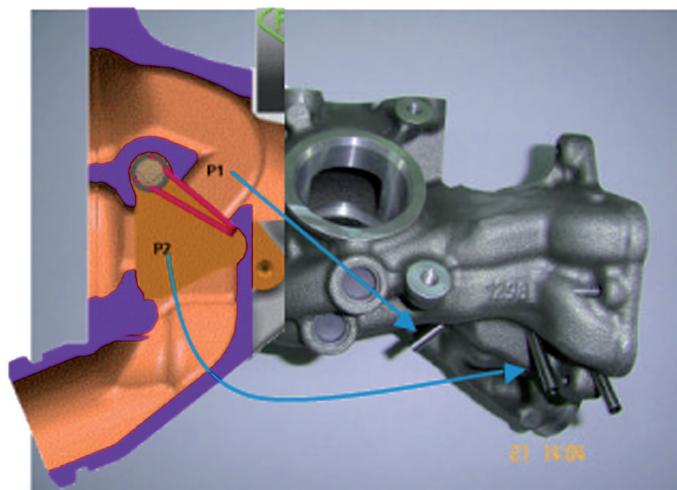
- Alfredo Bermúdez de Castro López Varela. Departamento de Matemática Aplicada, Universidade de Santiago de Compostela.
- Jose Durany Castrillo. Departamento de Matemática Aplicada II, Universidade de Vigo.
- Ignacio García Jurado. Departamento de Estadística e Investigación Operativa, Universidad de Santiago de Compostela.
- Peregrina Quintela Estévez. Departamento de Matemática Aplicada, Universidade de Santiago de Compostela.
- Joan Solà-Morales Rubió. Departamento de Matemática Aplicada I, Universidad Politécnica de Cataluña.

Metodología para el análisis del comportamiento de válvulas by-pass ante ondas de presión

Coordinador Académico Alfredo Bermúdez de Castro López Varela
Universidad o Centro Universidade de Santiago de Compostela

Representante de la Empresa Álvaro Sánchez Ragnarsson
Empresa DAYCO-ENSA, S.L.

Grupo de trabajo Alfredo Bermúdez de Castro López Varela (USC)
Marco Antonio Campo Cabana (CTAG)
Jose Durany Castrillo (UVigo)
Luis Eyre Vázquez (IES Lamas de Abade)
José Luis Ferrín González (USC)
Miguel Ángel Herrera Tardáguila (CTAG)
Amable Liñán Martínez (UPM)
Álvaro Sánchez Ragnarsson (DAYCO-ENSA)
Elena Vázquez Cendón (USC)



Metodología para el análisis del comportamiento de válvulas by-pass ante ondas de presión

*Alfredo Bermúdez de Castro López Varela**

*Álvaro Sánchez Ragnarsson***

Resumen

En este informe se recoge el problema planteado por la empresa DAYCO-ENSA sobre el estudio de sistemas EGR y los avances que se produjeron durante las Jornadas de Consultoría Matemática.

Palabras clave: sistemas EGR, ondas de presión, ecuaciones de Euler, choques.

Clasificación por materia AMS: 76N15, 65M99

1. Introducción

A medida que ha crecido la importancia por la preservación del medio ambiente, la Unión Europea ha ido estableciendo, a modo de directivas, diversas órdenes a sus países miembros para cumplir unos compromisos en materia de emisiones contaminantes.

Las más conocidas, y vigentes, se las ha llamado EURO I, EURO II, EURO III y EURO IV, cada una más estricta que la anterior. En 2009 entrará en vigor EURO V y en 2014 EURO VI.

Los contaminantes más importantes que se generan en los motores por la combustión son:

- monóxido de carbono
- dióxido de carbono
- hidrocarburos
- óxidos de nitrógeno
- partículas sólidas

*E-mail: mabermud@usc.es

**E-mail: asanchez@daycoensa.com

Con el fin de reducir las emisiones contaminantes se ha obligado a los fabricantes a buscar soluciones cada vez más exigentes. Pero los nuevos elementos que deben incorporar los motores en materia anticontaminante sólo aportan inconvenientes en aspectos como el consumo y la merma de potencia y precisan un mayor mantenimiento mecánico.

Un agresivo agente contaminante es el óxido de nitrógeno. Se produce en importante cantidad en los motores de gasóleo y también en los de gasolina.

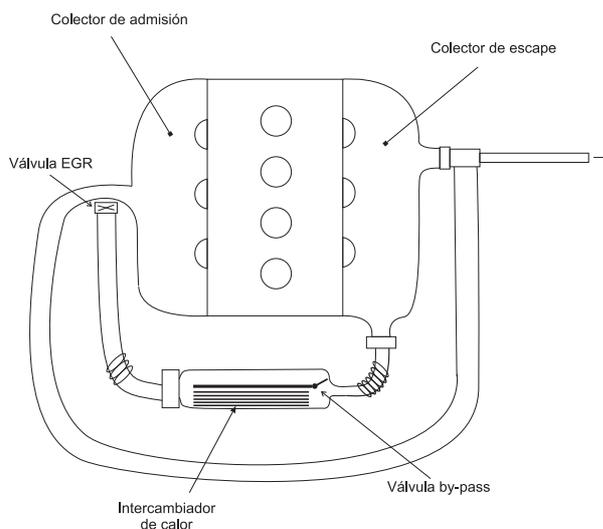


Figura 1: Esquema de un dispositivo EGR

La composición del aire es, aproximadamente, de un 75 % de nitrógeno, un 24 % de oxígeno y un 1 % de otros elementos. Cuando la temperatura reinante en el interior de la cámara de combustión es muy elevada, la riqueza de la mezcla en aire facilita la oxidación del nitrógeno en mayor medida.

La forma propuesta para corregir y reducir al máximo este efecto indeseable, es la recirculación de parte de los gases de escape (de un 5 a un 15 %) nuevamente a la cámara de admisión. Así, empeorando la mezcla se conseguirá una reducción de las emisiones de óxido de nitrógeno en proporciones de un 60 % más o menos.

Para ello será preciso habilitar una válvula mecánica con una membrana que haga de puente o by-pass entre los gases de escape y el colector de admisión y que se pueda controlar mediante la ECU (engine control unit). La válvula en cuestión se denomina válvula EGR (Exhaust Gas Recirculation), en castellano, *recirculación de gases de escape*. Se activa mediante una electroválvula gobernada por la ECU que además tiene en cuenta aspectos como la presión atmosférica mediante un sensor barométrico (véase [3] para más detalles).

El dispositivo EGR contiene un intercambiador de calor que es el que sirve para enfriar los gases de escape antes de introducirlos de nuevo en el colector de admisión. Sin embargo, hay situaciones, como cuando el motor está frío, en las que no conviene refrigerar los gases por lo cual existe una válvula by-pass que corta el acceso al intercambiador y desvía los gases por un circuito alternativo. Esta válvula by-pass puede experimentar vibraciones debidas a las diferencias de presión a ambos lados de la paleta, que es necesario contrarrestar mediante un actuador, el cual se trata de dimensionar.

En las jornadas se avanzó en la construcción de un modelo matemático basado en las ecuaciones de Euler, de modo particular en el análisis de las condiciones de transmisión que deben verificarse en las conexiones y bifurcaciones de los diferentes elementos del circuito.

2. Planteamiento del problema por parte de la empresa

Como el título indica, se trata de analizar los problemas que surgen en el comportamiento de válvulas by-pass ante ondas de presión. Su objetivo último es desarrollar una herramienta de cálculo de transmisión de ondas de presión a través de un sistema EGR (*exhaust gas recirculation*, recirculación de gases de escape), que permita estimar la diferencia de presiones instantáneas a ambos lados de la paleta de la válvula by-pass. A la vez, dicha herramienta debe ser capaz de incluir efectos de desfase y resonancia.

En este sentido se prevé llevar a cabo una metodología que permita introducir el efecto de los fenómenos de dinámica de ondas de presión en el diseño y dimensionado de válvula by-pass para:

- permitir un dimensionado suficientemente rápido y preciso;
- adaptarse a diferentes configuraciones de datos de partida;
- validar los resultados de cálculo de forma experimental.

3. Modelización matemática

La figura 1 muestra un sencillo esquema de un sistema EGR, donde pueden verse la válvula EGR, la válvula by-pass, el intercambiador de calor (enfriador), etc.

Desde el punto de vista matemático las herramientas analíticas adecuadas se basan en modelos unidimensionales de mecánica de ondas en conductos.

Consecuentemente, y a partir de los datos suministrados por la empresa, se propone modelar el problema por medio de las ecuaciones que gobiernan el flujo compresible de un gas en un conducto.

Despreciando inicialmente los efectos viscosos y suponiendo que el gas es una mezcla no reactiva de gases perfectos, estas ecuaciones constituyen el llamado sistema de Euler compresible unidimensional. Se trata de un sistema de ecuaciones en derivadas parciales no lineales que, utilizando las *variables conservativas* se escribe de la forma,

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v) &= 0, \\ \frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v^2 + \pi) &= b, \\ \frac{\partial(\rho E)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}((\rho E + \pi)v) &= f.\end{aligned}$$

Para cerrar este sistema debemos añadir una ley constitutiva del gas (*ecuación de estado*) que para una mezcla de gases perfectos se escribe

$$\pi = \rho R \theta$$

o también

$$E = \frac{1}{\gamma - 1} \frac{\pi}{\rho} + \frac{1}{2} |\mathbf{v}|^2. \quad (1)$$

Las notaciones utilizadas son las siguientes (se indican las unidades en el SI):

- ρ : densidad (kg/m^3)
- \mathbf{v} : velocidad (m/s)
- π : presión (N/m^2 o *Pascal*),
- E : energía total específica (J/kg)
- h : entalpía específica (J/kg)
- θ : temperatura absoluta, (K)
- R : constante del gas $R = \frac{\mathcal{R}}{M}$, ($J/(kg K)$)
- \mathcal{R} : constante universal ($\mathcal{R} = 8314 J/(kmol K)$)
- M : masa molecular de la mezcla de gases perfectos
- $\gamma := c_\pi/c_v$, (*adimensional*)
- c_v : calor específico a volumen constante ($J/(kg K)$)

- c_π : calor específico a presión constante ($J/(kg K)$)

Además b representa la fuerza de *fricción* con las paredes del conducto:

$$b = -\frac{\lambda}{2}v|v|\frac{4}{D},$$

siendo λ el coeficiente de fricción y D el diámetro hidráulico, y f el *calor* aportado desde el exterior del conducto:

$$f = \alpha(\theta_e - \theta) + \beta(\theta_r^4 - \theta^4).$$

En esta expresión α y β son los coeficientes de transferencia de calor por convección y radiación, respectivamente, mientras que θ_e es la temperatura del fluido que baña los tubos y θ_r la temperatura de los cuerpos con los que intercambian radiación térmica.

Para resolver estas ecuaciones es preciso añadir condiciones iniciales y de contorno. Las primeras consisten en los valores de la densidad, la velocidad y la temperatura en el instante inicial. Las segundas dependen de la situación de los extremos de los tubos. En caso de que la válvula EGR se encuentre cerrada (caso más desfavorable a analizar), la condición de contorno es simplemente $v = 0$.

En cuanto al extremo del sistema EGR en contacto con el colector de escape, las condiciones naturales son la presión y la temperatura (ambas función del tiempo).

En todo caso, cuántas y cuáles son las condiciones de contorno a imponer dependerá de los signos de las velocidades características que son aquéllas a las que se propagan las señales en las ecuaciones de Euler. Naturalmente estos signos variarán a lo largo del tiempo, de manera que las condiciones de contorno se impondrán dinámicamente a medida que se integra el sistema.

Para resolver el problema es preciso modelar una red de tubos, eventualmente de diferentes secciones, conectados entre sí. En cada tubo el flujo está gobernado por las ecuaciones de Euler monodimensionales descritas más arriba y en las conexiones se imponen condiciones de transmisión adecuadas.

4. Métodos numéricos

La resolución numérica del sistema requiere una discretización en tiempo y otra en la variable espacial. Habitualmente se emplea el método de Euler explícito para la discretización temporal y un método de volúmenes finitos para la espacial. Además el flujo debe descentrarse mediante el uso de resolventes de Riemann aproximadas. Más información sobre el tema puede verse, por ejemplo, en los libros de Toro [1] o Le Veque [2].

5. Conclusiones

El problema planteado admite una modelización matemática clara, precisa y perfectamente abordable con métodos numéricos. La resolución del modelo no es sencilla pero existen técnicas bien establecidas y eficientes que sería necesario programar. El resultado sería un programa de cálculo que proporcionaría los valores de las variables termodinámicas del gas a lo largo del sistema EGR y, en particular, la presión a ambos lados de la paleta de la válvula by-pass, que es uno de los parámetros más importantes con vistas a su diseño.

Se ha llegado a un principio de acuerdo con la empresa para llevar a cabo este trabajo en el marco de un contrato.

Referencias

- [1] E. F. Toro, *Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics: a practical introduction*. Springer. Berlin (1997).
- [2] R. J. LeVeque *Finite Volume Methods for Hyperbolic Problems*. Cambridge University Press. Cambridge (2002).
- [3] *Sistema de Depuración de Gases de Escape*.
<http://www.cec-tuning.com/egr.htm>

Asignación de productos a testar según perfil de consumidor en un estudio de mercado

Coordinador Académico Aureli Alabert
Universidad o Centro Universitat Autònoma de Barcelona

Representante de la Empresa Oriol Reventós
Empresa Product Sensory Consulting Group (PSCG)

Grupo de trabajo Aureli Alabert (Universitat Autònoma de Barcelona)
Manuel Febrero-Bande (Universidade de Santiago de Compostela)
Beatriz Lacruz (Universidad de Zaragoza)
Alberto Rodríguez-Casal (Universidade de Santiago de Compostela)



Asignación de productos a testar según perfil de consumidor en un estudio de mercado

Aureli Alabert* Oriol Reventós**

Resumen

Se estudia el problema de cómo encontrar diseños para la asignación de productos a testar en estudios de mercado de modo que cumplan ciertas condiciones naturales de equilibrio. Los consumidores que testan los productos están divididos en diversos perfiles, dentro de los cuales se busca también el mayor equilibrio posible. Se propone un método basado en cuadrados latinos que combina la generación sistemática de diseños con una búsqueda aleatoria que permite encontrar un equilibrio razonablemente bueno.

Palabras clave: Análisis sensorial, estudios de mercado, cuadrados latinos, búsqueda aleatoria.

Clasificación por materia AMS: 62K05, 05B15

1. Introducción

La empresa PSCG debe realizar un estudio de mercado en el que un consumidor deberá probar una serie de productos en un determinado orden y dar opinión sobre sus preferencias. El perfil del consumidor, el número de consumidores (*tamaño de la muestra* que denotaremos con n) que participarán en el estudio, la proporción de individuos dentro de cada perfil que deben entrevistarse y el número de productos (K) que cada uno debe probar de un conjunto de N productos dado están fijados a priori y dependen de la población a la que vayan dirigidos los productos a investigar. La Tabla 1 muestra un ejemplo en el que el perfil del consumidor está definido según el sexo, la edad y la cantidad que consume, junto con el reparto del porcentaje de individuos requerido en cada perfil.

El problema consiste en asignar a cada consumidor los productos y el orden en el que deberá probarlos de forma que se cumplan ciertos criterios que llamaremos *criterios de equilibrado*.

*E-mail: Aureli.Alabert@uab.cat

**E-mail: oriol.reventos@pscgs.es

		Edad				
Sexo	Consumidor	De 20 a 30	De 30 a 40	Mayor de 40	%	%
Hombre	Heavy				75	50
	Light				25	
Mujer	Heavy				75	50
	Light				25	
		40	30	30		
		%				

Tabla 1: Ejemplo de perfil de consumidor.

2. Criterios de equilibrado

Los criterios de equilibrado son los siguientes:

1. todos los productos deberían ser probados el mismo número de veces,
2. todos los productos deberían ser probados el mismo número de veces en una posición dada, y
3. todos los productos deberían aparecer el mismo número de veces después de un producto dado.

El equilibrio lo denominaremos *local* si las propiedades anteriores se cumplen dentro de cada perfil y lo llamaremos *global* si se verifican para la muestra entera. El equilibrio perfecto no siempre es posible por lo que se dirá que una propiedad se cumple local o globalmente si existen diferencias en el equilibrado menores o iguales que una unidad.

3. Diseños completamente equilibrados

Existen ciertas condiciones en las que es posible conseguir el equilibrado local y global de las tres propiedades sin dificultad. La Tabla 2 muestra un ejemplo de esta situación. En él se deben probar dos productos: 1 y 2. Estos productos pueden probarse de dos formas distintas: primero el 1 y después el 2 o primero el 2 y después el 1. Además, el cliente ha definido cuatro perfiles de consumidor según el sexo y la edad y ha fijado el tamaño de la muestra a $n = 80$.

Es fácil ver que dentro de cada perfil:

1. todos los productos se prueban el mismo número de veces (20 veces cada uno),
2. el producto 1 se prueba 10 veces en primer lugar y 10 veces en segundo lugar, y lo mismo ocurre con el producto 2, y

Sexo	Edad		%
	Menor de 40 años	Mayor de 40 años	
Hombre	1-2 (10 consumidores)	1-2 (10 consumidores)	50
	2-1 (10 consumidores)	2-1 (10 consumidores)	
Mujer	1-2 (10 consumidores)	1-2 (10 consumidores)	50
	2-1 (10 consumidores)	2-1 (10 consumidores)	
%	50	50	$n = 80$

Tabla 2: Diseño completamente equilibrado.

3. el producto 1 se ha probado después del producto 2 el mismo número de veces (10 veces), y viceversa.

Por tanto, se cumplen los criterios 1, 2 y 3, definidos en la sección 2, de forma local.

Asimismo se cumplen los tres criterios de forma global:

1. todos los productos se prueban el mismo número de veces (80 veces),
2. el producto 1 se prueba 40 veces en primer lugar y 40 veces en segundo lugar, y lo mismo ocurre con el producto 2, y
3. el producto 1 se ha probado después que el producto 2 el mismo número de veces que el producto 2 ha sido probado después que el producto 1 (40 veces).

En este ejemplo, el tamaño de la muestra requerido dentro de cada perfil (20 consumidores) es proporcional al número de combinaciones posibles de productos a testar (2 combinaciones). Siempre que esto se verifique se podrá conseguir un diseño completamente equilibrado.

4. Diseños bien equilibrados

Supongamos que en el ejemplo anterior el cliente ha decidido que el número de consumidores que deberán probar los productos es $n = 82$. Dado que en la Tabla 2 hemos conseguido un diseño completamente equilibrado con $n = 80$, el problema se reduce a asignar productos a testar a los 2 consumidores restantes de forma que existan diferencias en el equilibrado de cada criterio menores o iguales que una unidad. Existen varias asignaciones posibles. La Tabla 3 muestra una de ellas.

En este ejemplo, dentro de cada perfil:

1. todos los productos se prueban 20 veces en dos perfiles y 21 veces en los otros dos,

Sexo	Edad		%
	Menor de 40 años	Mayor de 40 años	
Hombre	1-2 (11 consumidores)	1-2 (10 consumidores)	50
	2-1 (10 consumidores)	2-1 (10 consumidores)	
Mujer	1-2 (10 consumidores)	1-2 (11 consumidores)	50
	2-1 (10 consumidores)	2-1 (10 consumidores)	
%	50	50	$n = 82$

Tabla 3: Diseño equilibrado.

- los productos 1 y 2 se prueban 10 veces en primer lugar y 10 veces en segundo lugar en dos perfiles, y existe una diferencia de una unidad en los otros dos perfiles,
- los productos 1 y 2 se han probado uno tras otro el mismo número de veces (10 veces) en dos perfiles y existe una diferencia de una unidad en los otros dos.

Y, de forma global:

- todos los productos se prueban el mismo número de veces (82 veces),
- el producto 1 se prueba 41 veces en primer lugar y 41 veces en segundo lugar, y lo mismo ocurre con el producto 2, y
- el producto 1 se ha probado después del producto 2 el mismo número de veces (41 veces), y viceversa.

Así, cuando el número de combinaciones posibles de productos es menor que el tamaño de la muestra en cada perfil, aunque no sea proporcional al mismo, el equilibrado también es posible. El procedimiento consiste en repartir las combinaciones de productos de forma equilibrada dentro de cada perfil y ajustar los restos. Sin embargo, en esta situación resulta recomendable aumentar o disminuir el tamaño de la muestra para obtener un diseño completamente equilibrado, siempre que el número de individuos que se deba añadir no dispare el presupuesto del estudio o que el número de individuos que se deba eliminar no altere la precisión de la encuesta.

Si se decide tomar un tamaño muestral que no lleve a un diseño completamente equilibrado, la asignación de los restos se puede hacer de forma manual, cuando el número de perfiles definido por el cliente sea pequeño. En otro caso, el método de los cuadrados latinos que se propone a continuación dará una solución automática a este ajuste.

Este método dará también solución al caso en el que el número de combinaciones posibles de productos sea mayor que el tamaño de la muestra en cada perfil.

5. Métodos considerados

Por las consideraciones del apartado anterior, el problema se reduce al caso en que el tamaño de la muestra es más pequeño que el número de ordenaciones posibles de los N productos tomados de K en K . En efecto, si el tamaño es mayor, entonces es posible establecer un diseño completamente equilibrado para la mayor parte de la muestra, quedando sólo por asignar una fracción de consumidores menor que el número de ordenaciones, que es $N \times (N - 1) \times \dots \times (N - K + 1)$.

Después de examinar diferentes posibilidades para atacar este problema, creemos que hay tres que merecen atención:

1. Formulación como el problema de encontrar algún punto factible en un conjunto dado por restricciones que fueren el equilibrado. Estas restricciones serán lineales y con variables enteras.
2. Generación de la matriz del diseño por columnas, usando un mecanismo aleatorio, que vaya manteniendo el equilibrio a la vez que va construyendo la matriz. Esto se puede hacer porque es posible calcular previamente cuantas unidades de cada producto va a haber en cada posición y en cada perfil.
3. Construcción de muchas matrices posibles, a partir de cuadrados latinos generados aleatoriamente, y posterior evaluación de la mejor entre todas.

Esta última posibilidad nos parece a primera vista la más prometedora y es la que hemos investigado un poco más.

6. El método de los cuadrados latinos

Un cuadrado latino es una matriz $N \times N$ donde se han colocado N símbolos (productos) de tal manera que no se repite ninguno por fila ni por columna (véase [1]). Un ejemplo de cuadrado latino 5×5 se muestra en la Tabla 4.

A	B	C	D	E
B	C	D	E	A
C	D	E	A	B
D	E	A	B	C
E	A	B	C	D

Tabla 4: Cuadrado latino 5×5 .

Un cuadrado latino como el mostrado donde la primera fila y columna están en el orden natural se dice que es un cuadrado latino canónico

1	E	A	B
2	D	E	A
3	B	C	D
4	A	B	C
5	C	D	E
6	D	A	E
7	E	B	A
8	A	C	B
9	B	D	C
10	C	E	D
11	E	B	C
12	A	C	D
13	B	D	E
14	C	E	A
15	D	A	B
16	B	C	E
17	C	D	A
18	D	E	B
19	E	A	C
20	A	B	D

Tabla 5: Diseño para $n = 20$ consumidores y $K = 3$ productos de un total de $N = 5$.

y siempre es posible conseguirlo para cualquier dimensión. A partir de la permutación de filas y/o columnas se consiguen nuevos cuadrados latinos. Además, si tomamos un subconjunto cualquiera de columnas de un cuadrado latino la frecuencia de aparición de los símbolos por columnas es la misma, y por tanto también el número de veces que estos símbolos aparecen en todo el subcuadrado.

Supongamos inicialmente que el número de consumidores n es un múltiplo del número de productos N . En este caso podemos incluir un número exacto de subcuadrados latinos de dimensión $N \times K$ (es decir, de N filas y K columnas, donde K es, como antes, el número de productos que cada consumidor debe probar). Obviamente hay muchas maneras de hacer esto. Cualquiera de ellas nos asegura siempre los objetivos 1 y 2. Sin embargo, no todas las posibles maneras de incluir subcuadrados latinos son igual de eficientes para conseguir el objetivo 3. Una de las primeras medidas para mejorar en este objetivo es evitar la repetición de filas en los distintos cuadrados. Pero aún más, como las posibilidades de crear diseños de esta manera siguen siendo muy elevadas, proponemos generar de forma aleatoria muchos diseños con todas las filas distintas y quedarse con aquel que mejor cumpla el objetivo 3. Los experimentos realizados demuestran que es factible encontrar un buen diseño en tiempo razonable. En el caso de que el número de consumidores no fuese múltiplo del número de productos ejecutaríamos el procedimiento anterior hasta el mayor múltiplo de N inferior a n seleccionando las filas que faltan para completar el diseño de un subcuadrado latino. A modo de ejemplo se muestra en la Tabla 5 un diseño para 20 consumidores que prueban 3 de 5 productos.

En la Tabla 6 se muestra como el diseño anterior cumple los objetivos 1 y 2.

A modo de resumen, el algoritmo propuesto consta de dos fases que describimos a continuación de forma más esquemática.

Prod	Total	Col 1	Col 2	Col 3
A	12	4	4	4
B	12	4	4	4
C	12	4	4	4
D	12	4	4	4
E	12	4	4	4

Tabla 6: Frecuencias de cada producto en cada posición en la Tabla 5.

Primera fase:

1. Generar un cuadrado latino de dimensión N .
2. Rellenar las primeras N filas y K columnas de la matriz del diseño con una submatriz $N \times K$ del cuadrado latino.
3. A partir de una permutación de columnas del cuadrado latino original, obtener otra submatriz $N \times K$ con las filas distintas de las ya obtenidas. Generar con este procedimiento un número m de submatrices de cuadrados latinos de manera que $mN \geq n$.

Segunda fase:

1. Repetir la primera fase evaluando la bondad del resultado en cuanto al objetivo 3 global.
2. Quedarse con la mejor solución obtenida durante un intervalo de tiempo determinado o hasta que se cumpla una valoración de bondad prefijada.

Hemos ensayado este procedimiento en el ejemplo más complicado que se nos ha presentado, que consiste en 425 consumidores que deben probar 4 productos de un total de 17. La solución aportada por la empresa consigue un buen equilibrio global en los criterios 1 y 2 (aunque no local), y en cuanto al criterio 3 global, consigue una diferencia máxima entre productos de 6 unidades.

Con nuestro método hemos obtenido una matriz equilibrada según los criterios 1 y 2 local y globalmente probándose cada producto exactamente 100 veces (25 en cada posición) y una discrepancia máxima de 2 (global) en el tercer criterio, después de una ejecución limitada a 2 horas en un Pentium a 3Ghz con 512 Mb de RAM (evaluando un total de 24000 combinaciones). La Tabla 7 muestra el número de veces que los consumidores prueban un producto después de otro en el diseño propuesto.

Dado que los equilibrios locales del tercer criterio no quedan asegurados, todavía sería posible probar diferentes maneras de reordenar los diferentes

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
A		5	4	4	5	4	5	5	6	6	5	5	4	4	5	4	4
B	4		5	4	4	5	4	5	5	6	6	5	5	4	4	5	4
C	4	4		5	4	4	5	4	5	5	6	6	5	5	4	4	5
D	5	4	4		5	4	4	5	4	5	5	6	6	5	5	4	4
E	4	5	4	4		5	4	4	5	4	5	5	6	6	5	5	4
F	4	4	5	4	4		5	4	4	5	4	5	5	6	6	5	5
G	5	4	4	5	4	4		5	4	4	5	4	5	5	6	6	5
H	5	5	4	4	5	4	4		5	4	4	5	4	5	5	6	6
I	6	5	5	4	4	5	4	4		5	4	4	5	4	5	5	6
J	6	6	5	5	4	4	5	4	4		5	4	4	5	4	5	5
K	5	6	6	5	5	4	4	5	4	4		5	4	4	5	4	5
L	5	5	6	6	5	5	4	4	5	4	4		5	4	4	5	4
M	4	5	5	6	6	5	5	4	4	5	4	4		5	4	4	5
N	5	4	5	5	6	6	5	5	4	4	5	4	4		5	4	4
O	4	5	4	5	5	6	6	5	5	4	4	5	4	4		5	4
P	4	4	5	4	5	5	6	6	5	5	4	4	5	4	4		5
Q	5	4	4	5	4	5	5	6	6	5	5	4	4	5	4	4	

Tabla 7: Número de veces que aparece cada producto después de otro.

subcuadrados latinos generados para encontrar un diseño que garantice un buen equilibrio local en este tercer criterio.

7. Estudio en varias ciudades

Puede darse el caso que uno de los objetivos del Estudio de Mercado sea comparar los resultados entre diferentes ciudades (o comparar los resultados según otro criterio). En tal caso es pertinente replicar exactamente la misma asignación en ambas ciudades, y el problema se reduce al caso en que hubiera una sola ciudad.

En el caso de que la comparación entre ciudades no sea importante, el factor ciudad debe tratarse como cualquier otro y por lo tanto debe tenerse en cuenta en la construcción de los perfiles.

8. Conclusiones

El método propuesto, basado en cuadrados latinos, produce unos resultados óptimos desde el punto de vista de los dos primeros criterios de equilibrio. Creemos que la búsqueda aleatoria de diseños para lograr el tercer objetivo producirá siempre unos resultados muy aceptables. El tiempo de cálculo necesario es absolutamente razonable, teniendo en cuenta que el

cálculo no se hace durante el trabajo de campo, sino de modo previo. En todo caso, en comparación con el diseño manual llevado a cabo por un experto, este procedimiento automático producirá con toda probabilidad diseños mejores y desde luego exentos de un posible error humano.

Referencias

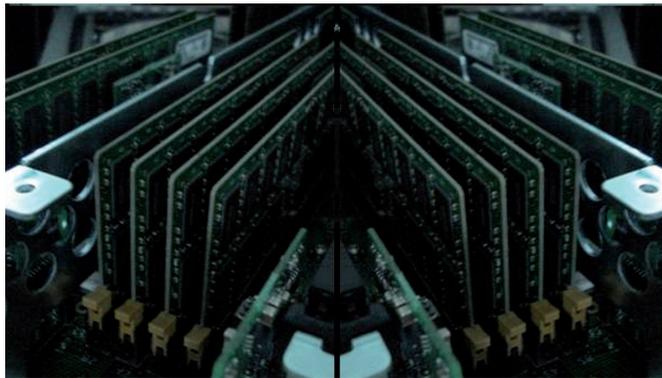
[1] Wikipedia, *Latin square*: http://en.wikipedia.org/wiki/Latin_square/

Diseño y mejora de sistemas de refrigeración de centros de procesamiento de datos

Coordinador Académico Fernando Varas Mérida
Universidad o Centro Universidade de Vigo

Representante de la Empresa José Ignacio López
Empresa Centro de Supercomputación de Galicia (CESGA)

Grupo de trabajo Martina Dieste (University of Southampton)
José Ignacio López (Centro de Supercomputación de Galicia)
Elena Martín (Universidade de Vigo)
Marcos Meis (Universidade de Vigo)
Fernando Varas Mérida (Universidade de Vigo)
Giuseppe Vigliadoro (Centro de Supercomputación de Galicia)



Diseño y mejora de sistemas de refrigeración de centros de procesamiento de datos

*Fernando Varas Mérida** *José Ignacio López***

Resumen

En este documento se aborda el análisis del sistema de refrigeración de un centro de procesamiento de datos desde una triple perspectiva. Por un lado, se consideran las directrices de diseño de un centro que deben tenerse en cuenta para lograr una refrigeración eficiente de los equipos. En segundo lugar se aborda el estado del arte en el modelado y la simulación numérica del problema termofluidodinámico asociado a la refrigeración de los equipos en el centro. Por último se esboza una metodología de análisis rápido de alternativas de refrigeración en un esquema de pasillos fríos y calientes.

Palabras clave: Refrigeración; centro de procesamiento de datos; termofluidodinámica; simulación numérica.

Clasificación por materia AMS: 65Z05, 65Y05, 76G25, 76F60, 68U20, 68N30, 80A20

1. Planteamiento del problema

El esquema habitual de refrigeración de los equipos de un centro de procesamiento de datos se basa en la configuración denominada de pasillos fríos y calientes, donde los equipos se disponen en torno a unos pasillos (pasillos fríos) que reciben aire frío desde un falso suelo y, a través de los sistemas de ventilación instalados sobre las bandejas donde se encuentran los procesadores, se hace circular este aire sobre los procesadores para ser recogido desde la parte trasera en unos pasillos intermedios (pasillos calientes) desde donde se evacúa al techo (y después se recircula a los equipos de refrigeración).

El control del aire frío que recibe cada pasillo se hace (una vez dimensionado el equipo de refrigeración) a través de la apertura de las losetas situadas en ellos. Así pueden emplearse losetas cerradas (o controlar la sección de paso en losetas regulables) para reducir el flujo de aire en ciertas zonas del centro de procesamiento de datos. Este control del flujo de aire debe hacerse

*E-mail: curro@dma.uvigo.es

**E-mail: nlopez@cesga.es

no sólo porque las necesidades de refrigeración sean distintas en diferentes zonas del centro (por ejemplo, debido a la distribución de los equipos en la sala o a las características de éstos) sino porque además las presiones de aire son irregulares debajo de cada pasillo (debido a las caídas de presión en el falso suelo causadas por los distintos obstáculos que el aire encuentra a su paso, como paquetes de cableado de datos o potencia, tuberías de los sistemas de refrigeración, elementos estructurales, posibles irregularidades del falso suelo, etc.) y exigen un grado de apertura distinto de las losetas para igualar las caídas de presión a través de éstas y, en consecuencia, el flujo de aire frío.

Por otro lado, es preciso asegurar que el flujo de aire frío que atraviesa las losetas del pasillo es suficiente para obtener unas temperaturas de aire aspirado en todas las bandejas de las cabinas que cumplan las especificaciones del fabricante de los equipos (que limita tanto las temperaturas como los grados de humedad admisibles). Esto obliga a conocer los flujos de aire que se establecen en toda la sala de procesamiento de datos (incluyendo el flujo que atraviesa las propias bandejas).

Aunque el problema del flujo de aire a través de todo el sistema está acoplado, en la práctica las presiones en la sala de procesamiento de datos son relativamente uniformes por lo que el reparto de flujos a la salida de las losetas puede ser calculado (de forma más o menos realista) a partir de los parámetros del equipo de refrigeración y la configuración del falso suelo (pero sin conocer el flujo de aire dentro de la propia sala). Los flujos de salida de las losetas serían después empleados para obtener la distribución de flujos (y sobre todo de temperaturas) en la sala.

En todo caso, la descripción de los flujos en la sala de procesamiento de datos es un problema de gran complejidad. Una de las razones de dicha complejidad está en la presencia de escalas geométricas muy distintas, que van desde el propio tamaño de la sala (de unas decenas de metros) hasta el de los microprocesadores (de unos pocos milímetros). Además, dado el carácter turbulento del flujo, éste contendrá escalas aún menores. Por esta razón, la simulación numérica directa es imposible y (además del uso de modelos de turbulencia) es habitual el empleo de modelos más o menos simplificados para el flujo a través de las bandejas de equipos.

En la actualidad, el Centro de Supercomputación de Galicia cuenta con un centro de procesamiento de datos (del que se muestra una vista parcial en la imagen izquierda de la figura 1) cuya refrigeración se basa en una configuración de pasillos fríos y calientes (en la parte derecha de esta misma figura se muestra un pasillo frío del centro). Existen varias limitaciones arquitectónicas de la sala donde se aloja el centro que hacen difícil la refrigeración de los equipos. La principal limitación es la irregularidad de la altura del falso suelo en la actual sala. Esta circunstancia, junto con la irregularidad de la propia planta, dificulta notablemente un adecuado reparto del flujo de aire frío hasta los equipos. Adicionalmente, la reducida altura de la sala



Figura 1: Centro de procesamiento de datos del Centro de Supercomputación de Galicia

complica además la recogida y recirculación de aire caliente.

El Centro de Supercomputación de Galicia se plantea tres objetivos generales relativos a la refrigeración tanto de su actual centro de procesamiento de datos como del que se construirá en un futuro próximo. Estos objetivos son

Objetivo 1: Elaboración de directrices de diseño para el futuro centro de procesamiento de datos.

Objetivo 2: Desarrollo de herramientas de simulación numérica para la predicción de la refrigeración lograda en un centro de procesamiento de datos.

Objetivo 3: Mejora de la eficiencia energética de la configuración del sistema de refrigeración del centro de procesamiento de datos actual.

En particular, dentro del primer objetivo (*Elaboración de directrices de diseño para el futuro centro de procesamiento de datos*), el Centro de Supercomputación de Galicia desea encontrar respuesta a las siguientes preguntas:

- ¿Qué altura mínima y máxima necesitamos para el falso suelo teniendo en cuenta que tenemos que meter cables en horizontal y vertical?
- ¿Dónde es conveniente que estén los cables: en el suelo o pegados lo más posible al falso suelo (si la altura es apreciable, nos genera problemas con las distancias máximas entre nodos)?

- ¿Podemos tener una solución óptima para la ventilación que pueda tener en cuenta las limitaciones en las distribuciones de las máquinas (por ejemplo, máxima distancia posible entre nodos)?
- ¿Tenemos que recircular el aire o sería mejor energéticamente extraerlo directamente?
- ¿Tenemos otro método de refrigeración más eficiente, compacto, etc. más barato que el actual y que no requiera instalaciones complejas (por ejemplo, los microintercambiadores de calor)?
- ¿Cuál es la máxima densidad energética por metro cuadrado que podemos instalar en el nuevo centro de procesamiento de datos?
- Si no extraemos el aire, ¿cuál es la altura recomendable del techo?
- ¿Hay otra disposición de las máquinas que no sea pasillos caliente/fríos más interesante energéticamente?

La respuesta a estas preguntas serviría para elaborar el conjunto de especificaciones de diseño del futuro centro de procesamiento de datos.

Por otro lado, una vez construido el nuevo centro de procesamiento de datos del Centro de Supercomputación de Galicia se planteará el diseño del sistema de refrigeración para una cierta configuración de los equipos (que será variable a lo largo de la vida útil del centro). A este efecto, se desea contar con herramientas de simulación numérica que permitan evaluar la refrigeración lograda con un cierto esquema de refrigeración (que incluye, por ejemplo, el número y la localización de las losetas abiertas). En este sentido, dentro del segundo objetivo (*Desarrollo de herramientas de simulación numérica para la predicción de la refrigeración lograda en un centro de procesamiento de datos*) el Centro de Supercomputación de Galicia desea encontrar respuesta a preguntas como:

- ¿Cuáles son los modelos adecuados (desde la perspectiva del gestor del centro de procesamiento de datos) para representar la refrigeración de los equipos?
- ¿Qué información es precisa de los equipos y del sistema de refrigeración (teniendo en cuenta que alguna información, como la referida a los algoritmos de control térmico de los procesadores o de control de temperatura y humedad en los equipos de aire acondicionado, no suele ser suministrada por los fabricantes)?
- ¿Existen herramientas de software libre que permitan la resolución de los modelos descritos previamente?
- ¿Cuáles son los retos computacionales de la resolución de dichos modelos?

Finalmente, como ya se ha comentado, el actual centro de procesamiento de datos del Centro de Supercomputación de Galicia presenta numerosas limitaciones de diseño que hacen difícil su refrigeración. Entre ellas destaca la irregularidad del falso suelo (que además presenta una altura muy reducida en una parte de la sala) y la reducida altura de la sala (que hace difícil la evacuación de aire caliente desde los pasillos calientes de la sala). Así, en el marco del tercer objetivo (*Mejora de la eficiencia energética de la configuración del sistema de refrigeración del centro de procesamiento de datos actual*) el Centro de Supercomputación de Galicia se plantea:

- Dada la actual configuración de la sala y los equipos (recientemente) instalados, ¿es posible obtener una reconfiguración del sistema de refrigeración (variando, por ejemplo, la localización de las losetas abiertas) que permita refrigerar la sala reduciendo el coste energético (en los equipos de aire acondicionado)?
- Cuando en el futuro se añadan nuevos equipos a esta sala, ¿cuál sería la ubicación idónea de esos nuevos equipos desde el punto de vista de la refrigeración y cómo deberían regularse los grados de apertura de las losetas?

Aunque la respuesta precisa a estas preguntas pase probablemente por el desarrollo y la puesta a punto de las herramientas mencionadas en el anterior objetivo, la pregunta es si existirían algunas herramientas de modelado simples que permitiesen obtener una primera respuesta que oriente los posteriores trabajos.

2. Directrices de diseño de un centro de datos

A continuación se trata de responder una por una a las cuestiones planteadas por el Centro de Supercomputación de Galicia una vez revisada la literatura apropiada.

- *¿Qué altura mínima y máxima necesitamos para el falso suelo teniendo en cuenta que tenemos que meter cables en horizontal y vertical? ¿Dónde es conveniente que estén los cables: en el suelo o pegados lo más posible al falso suelo (si la altura es apreciable, nos genera problemas con las distancias máximas entre nodos)?*

De acuerdo con Ref. [1] son convenientes alturas por encima de las 30 pulgadas (76,2 cm) para asegurar una cierta uniformidad del flujo de aire frío en las losetas (excepto en las primeras si éstas se encuentran demasiado cerca de los equipos de aire acondicionado pues, en este caso, debido al efecto Venturi se tendrán caudales más bajos en esas primeras losetas).

Los cables nunca deberían estar en el pasillo frío. Deben colocarse preferentemente en el pasillo caliente (o bajo los propios equipos) y en la parte

alta de éste (así se evita un bloqueo transversal y se facilita el acceso al cableado para tareas de mantenimiento). Por otro lado, los cables deben ser colocados de la forma más compacta posible pues resulta imprescindible reducir los bloqueos en el falso suelo en los pasillos fríos (véase Refs. [2, 3]).

- *¿Podemos tener una solución óptima para la ventilación que pueda tener en cuenta las limitaciones en las distribuciones de las máquinas (por ejemplo, máxima distancia posible entre nodos)?*

La recomendación general (ver Ref. [4]) es emplear pasillos fríos bien aislados (y bien dimensionados, vía probablemente la simulación numérica del correspondiente problema), evitando todo cortocircuito de aire caliente y fugas de aire frío. En la medida de lo posible conviene cerrar la entrada a los pasillos fríos y la parte alta (por ejemplo con cortinas flexibles). Es conveniente además utilizar un falso techo para recoger el aire caliente en pasillos calientes. Otras posibilidades para el diseño del sistema de refrigeración (como la configuración de equipos en círculo, por ejemplo, que tendría ventajas desde el punto de vista del diseño del cableado de datos) es muy poco flexible y requiere un (muy) difícil calibrado.

- *¿Tenemos que recircular el aire o sería mejor energéticamente extraerlo directamente?*

Depende de los costes (energéticos) de filtrado y deshumidificación del aire exterior. Podría efectivamente ser conveniente tomar aire del exterior por la noche, por ejemplo (véase, al respecto, Ref. [4]).

- *¿Tenemos otro método de refrigeración más eficiente, compacto, etc. más barato que el actual y que no requiera instalaciones complejas (por ejemplo, los microintercambiadores de calor)?*

Aunque existen sistemas alternativos muy eficientes, los sistemas disponibles en la actualidad son significativamente más caros y sólo serían aconsejables para resolver puntos calientes difíciles de tratar de otro modo (véase Ref. [2]). Por otro lado, en Ref. [5] se discute el diseño de futuros sistemas. En relación con los microintercambiadores, aunque ciertamente éstos pueden manejar cómodamente las potencias disipadas en los microprocesadores (los actuales diseños de microintercambiadores pueden disipar hasta $800W/cm^2$, véase Ref. [6], en tanto que las disipaciones en los procesadores no suelen alcanzar los $100W/cm^2$) su coste de instalación (no de funcionamiento) es notablemente más caro que el sistema de ventilación (pues requiere hacer llegar un líquido -posiblemente un dieléctrico- frío a cada microintercambiador de calor, esto es, a cada microprocesador). En todo caso, es cierto que muchos de estos sistemas se abaratarán notablemente en el momento en que comiencen a usarse de forma regular en éste u otro dominios.

- *¿Cuál es la máxima densidad energética por metro cuadrado que podemos instalar en el nuevo centro de procesamiento de datos?*

Es una pregunta de difícil respuesta. La máxima densidad energética depende de la potencia de refrigeración que se pueda instalar y de la eficiencia que se quiera lograr (ya que ésta seguramente se deteriorará al aumentar

la potencia). En recientes estudios, la fracción de potencia de los equipos informáticos en los centros de datos va desde el 75 % en los más eficientes al 33 % en los menos eficientes, con una media en torno al 50 %. De la fracción restante, la mayor parte corresponde al equipo de aire acondicionado. Así, una media del 34 % de la potencia total se dedica al equipo de aire acondicionado (véase Ref. [2]).

En lo que se refiere a las tendencias en un futuro próximo, en el año 2007 (Ref. [8]) algunos autores estimaban que se llegaría en breve a disipaciones en torno a los $200W/ft^2$ (de sala) basándose en las tendencias de disipación de los equipos (véanse Ref. [5] y [7]) que pasaron de unos $13kW$ por cabina en 2002 a $28kW$ por cabina en 2007.

Atendiendo a las predicciones (de disipación) a medio plazo (véase Ref. [9], donde se describen datos de disipación de equipos instalados en 2004-2005 y se corrigen las predicciones realizadas anteriormente para el periodo 2000-2010) se estiman potencias disipadas por cabina entre $30kW/m^2$ (en cabinas tipo *server*) y $60kW/m^2$ (en cabinas tipo *blade*) en el año 2010. Se prevén dificultades en este marco temporal para que la refrigeración con aire frío por sí sola pueda resolver el problema.

- *Si no extraemos el aire, ¿cuál es la altura recomendable del techo?*

Empleando un falso techo y unos pasillos fríos bien aislados basta con dejar un cierta altura mínima que no genere pérdidas de carga notables (que harían aumentar el coste de ventilación). Si no hay falso techo pero los pasillos fríos están bien aislados, tampoco parece ser un factor crítico. En otro caso (cuando no se emplea un falso techo y los pasillos fríos están mal aislados) es preferible que la altura no sea demasiada precisamente para evitar cortocircuitos de aire caliente, pero debería analizarse caso por caso (empleando simulación numérica).

- *¿Hay otra disposición de las máquinas que no sea pasillos caliente/fríos más interesante energéticamente?*

Hoy por hoy, la recomendación genérica es la configuración en pasillos calientes y fríos.

Por último, el diseño de un centro de procesamiento de datos deberá tener en cuenta las siguientes recomendaciones (véase, además de las referencias anteriores, Ref. [10, 11, 12]):

- Se debe diseñar adecuadamente la sección de paso de losetas para asegurar un flujo uniforme en las losetas. Si el falso suelo es suficientemente profundo, basta con compensar el efecto Venturi. En otro caso, será necesario provocar pérdidas mayores en algunas zonas para lograr el equilibrio de flujos.
- La forma más adecuada de la sala es rectangular pues en otro caso se hace difícil lograr un buen reparto de caudales.

- Conviene disponer de un único lazo de control de los equipos de aire acondicionado para evitar que los equipos *compitan* entre ellos.
- Las sondas de temperatura para el lazo de control deberían colocarse en las zonas más críticas (zona de entrada de las bandejas superiores de las cabinas más alejadas de los equipos de aire acondicionado) en vez de medir en la parte superior de los equipos (que sólo mide la temperatura ambiente y no la del aire frío que se suministra a los equipos).
- Los equipos iguales (o con semejantes requerimientos de refrigeración) deberían colocarse en el mismo pasillo.
- El análisis económico de un centro de procesamiento de datos debe tener en cuenta, como un elemento muy importante, el coste de instalación y operación del sistema de refrigeración.

3. Simulación numérica del sistema de refrigeración de un centro de datos

De nuevo, en esta sección se responderá una por una a las cuestiones planteadas por el Centro de Supercomputación de Galicia, ahora en relación con el segundo objetivo de la consulta.

• *¿Cuáles son los modelos adecuados (desde la perspectiva del gestor del centro de procesamiento de datos) para representar la refrigeración de los equipos?*

Puesto que los gestores de los centros de procesamiento de datos no tienen acceso a los lazos de control de los equipos de aire acondicionado ni de los ventiladores de los microprocesadores, el modelado debería centrarse en el flujo en el falso suelo y el flujo en la sala (con un modelo simplificado del flujo dentro de las cabinas). Por otro lado, la homogeneidad de presiones en la sala (véase Ref. [13]) permite desacoplar el primer cálculo del segundo.

En relación con el flujo en el falso suelo, existen diversos modelos con diferentes grados de aproximación (en todo caso, todos ellos consideran cálculos isotermos puesto que la potencia disipada por el cableado de potencia es relativamente pequeña). Los principales modelos (véanse las Ref. [13, 14, 15, 16]) son:

- modelos de red hidráulica, que sustituyen el flujo en el falso suelo por una red de resistencias hidráulicas (sobre este tipo de modelos se vuelve en la siguiente sección); se trata de modelos adecuados cuando el grado de apertura de las losetas no es grande (típicamente por debajo del 40%), que pueden simplificarse adicionalmente si las alturas del falso suelo son grandes (por encima de los 30 cm) al permitir suponer una presión homogénea en el falso suelo.

- modelos unidimensionales, que consideran una simplificación de las ecuaciones del flujo en el falso suelo para modelar el flujo en un único pasillo (empleando la versión unidimensional de las ecuaciones de Euler incompresible con algún término adicional que modele las pérdidas por fricción); la principal restricción para este tipo de modelos está relacionada con el carácter unidireccional del flujo (adicionalmente, la altura del falso suelo debe ser reducida para que el promediado en esa dirección sea relevante a la hora de determinar las presiones por debajo de las losetas).
- modelos bidimensionales, que de forma similar consideran unas ecuaciones de flujo promediadas (solamente) en la altura de falso suelo; la principal hipótesis es que la altura del falso suelo no sea grande (por lo general se requieren que ésta no sea mayor de 30cm) para que el proceso de promediado en altura tenga sentido.
- modelos tridimensionales, que consideran un modelo completo para el flujo de aire en el falso suelo; este tipo de modelos es adecuado cuando las alturas de falso suelo son elevadas y se emplean altos grados de apertura de las losetas (típicamente por encima del 40 %) pues en otro caso un simple modelo de red hidráulica podría resultar suficiente.

Por su parte, para el modelado del flujo de aire en la sala (fuera de las cabinas), la descripción del flujo (habitualmente tridimensional salvo que la configuración del centro y los equipos permita una simplificación bidimensional, lo que resulta raro) debe abordarse empleando modelos de turbulencia. Suelen emplearse modelos $k-\epsilon$ (Ref. [8, 17, 18]) aunque también existen en la literatura algunos modelos algebraicos (véanse las Ref. [19, 20]).

Finalmente, el modelado simplificado de las cabinas (*racks*) que alojan los equipos permite muy diversas alternativas (Ref. [8]). Estas alternativas van desde un modelado como *cajas negras* que reciben un flujo a la entrada y lo devuelven a la salida con un salto térmico prefijado (esta alternativa emplea, por ejemplo, el módulo Airpack de FLUENT) hasta su representación con modelos de orden reducido (ver Ref. [21, 22]). Entre estos extremos existe un amplio rango que incluiría, por ejemplo, flujos en medios porosos que permitirían retener las diversas caídas de presión (como la caída asociada al paso por el filtro frontal de las cabinas o las pérdidas de carga al atravesar el canal de las bandejas) y la ganancia asociada a los ventiladores de los microprocesadores, así como el intercambio de calor desde éstos últimos.

- *¿qué información es precisa de los equipos y del sistema de refrigeración (teniendo en cuenta que alguna información, como la referida a los algoritmos de control térmico de los procesadores o de control de temperatura y humedad en los equipos de aire acondicionado, no suele ser suministrada por los fabricantes)?*

Acerca del equipo de aire acondicionado (asumiendo que no se dispone del algoritmo de control), sería preciso conocer en primer lugar el caudal nominal. Se deberá confirmar, por otro lado, si hay variaciones importantes o no del caudal con respecto al caudal nominal (existe la percepción, por parte del Centro de Supercomputación de Galicia, de que el algoritmo de control mantiene constante dicho caudal); en caso de ser así, es preciso conocer además la curva característica del equipo. Es conveniente al mismo tiempo conocer el modo en que el aire se inyecta al falso suelo (ligado al área de la sección de salida y la forma geométrica de ésta). Finalmente, es preciso conocer los rangos de temperaturas de salida de aire frío que puede devolver el equipo.

En relación con las cabinas es necesario conocer datos como las pérdidas de carga al atravesar los filtros a la entrada de las cabinas, la potencia del ventilador instalado sobre las placas de los microprocesadores, las pérdidas de carga al atravesar la bandeja (ya se estimándolas o tomando medidas). Es preciso además contar con información sobre la disipación térmica en las bandejas (fundamentalmente cuál es la potencia disipada y la localización de ésta dentro de la bandeja).

- *¿existen herramientas de software libre que permitan la resolución de los modelos descritos previamente?*

Existen varias herramientas de software libre capaces de resolver los modelos descritos. Entre ellas, el código de elementos finitos ELMER (software de simulación numérica de carácter multifísico basado en técnicas de elementos finitos: <http://www.csc.fi/english/pages/elmer>) es capaz de abordar este problema y dispone de una versión en paralelo adecuada para poder resolver los costosos cálculos que resultan (ver siguiente cuestión).

- *¿cuáles son los retos computacionales de la resolución de dichos modelos?*

Diversos autores (véase Ref. [8] y referencias allí citadas) estiman discretizaciones en torno a 30000 celdas por metro cúbico. Esta estimación se refiere al volumen de aire en la sala, pero es básicamente también aplicable a un falso suelo *no ideal* (pero que retenga los bloqueos presentes en el falso suelo de un modo simplificado) para describir adecuadamente las variaciones de presión debajo de las losetas en falso suelo. Del mismo modo, puede emplearse para la discretización del flujo en las cabinas (aunque quizás podrían ahorrarse algunos grados de libertad si se emplean modelos groseros en ellas).

Tomando como ejemplo una sala de 45m por 12m (que devuelve una superficie similar a la del actual centro de procesamiento de datos del Centro de Supercomputación de Galicia) y una altura 2,4m (que es también aproximadamente la altura del centro), se tiene:

- para el falso suelo (con una altura máxima de 0,7m), una malla de 10 millones de celdas

- para toda la sala, una malla de 35 millones de celdas

Como se ve, se tratará de cálculos costosos pero que pueden ser resueltos sin dificultad empleando los equipos de supercomputación del Centro de Supercomputación de Galicia.

4. Control de flujo de aire frío en el actual centro de datos del CESGA

De cara a la operación del actual centro de procesamiento de datos, el Centro de Supercomputación de Galicia se plantea el modelado de los flujos a través de las losetas del falso suelo para conocer:

- cómo se deberían abrir las losetas al instalar un nuevo equipo en el pasillo frío no utilizado
- hacia dónde se dirigen los flujos que salen de cada equipo (para saber, por ejemplo, hacia dónde enviaría un flujo de aire recirculado caliente un equipo que falle)

En el análisis, el caudal de alimentación desde los equipos de aire acondicionado se mantendrá fijo pues, como se ha citado, la experiencia del personal del Centro es que el lazo de control de los equipos mantiene ese caudal.

A fin de obtener una información inicial del reparto de flujos fríos desde las losetas, se plantea un modelo simplificado para el flujo en el falso suelo consistente en una red hidráulica. Este modelo puede entenderse como una discretización grosera de las leyes de conservación. De acuerdo con esta interpretación, se trataría de una discretización de las ecuaciones de Euler incompresibles (en régimen estacionario) con una incorporación fenomenológica de los efectos de la fricción, la disipación turbulenta y otras pérdidas de carga; obsérvese que en este modelo el movimiento del fluido en régimen estacionario es debido al equilibrio entre los gradientes de presión y las resistencias que ha de vencer. Alternativamente, dicho modelo puede considerarse basado en un símil eléctrico, donde la tensión eléctrica sustituye a la presión y la corriente eléctrica reemplaza al caudal.

En dicha red se incluirán las diversas pérdidas de carga en el flujo a través del falso suelo (que deberá incluir el efecto de los obstáculos que puede encontrar el flujo, los cambios de sección, etc.) y el flujo a través de las losetas perforadas (con la pérdida de carga asociada a su grado de apertura).

En la figura 4 se muestra el esquema simplificado de un pasillo y un ejemplo elemental de red hidráulica que podría describir los flujos en el falso suelo correspondiente. El equipo de aire acondicionado (HVAC) inyectaría un cierto caudal Q en el falso suelo que se repartiría (en este modelo simple

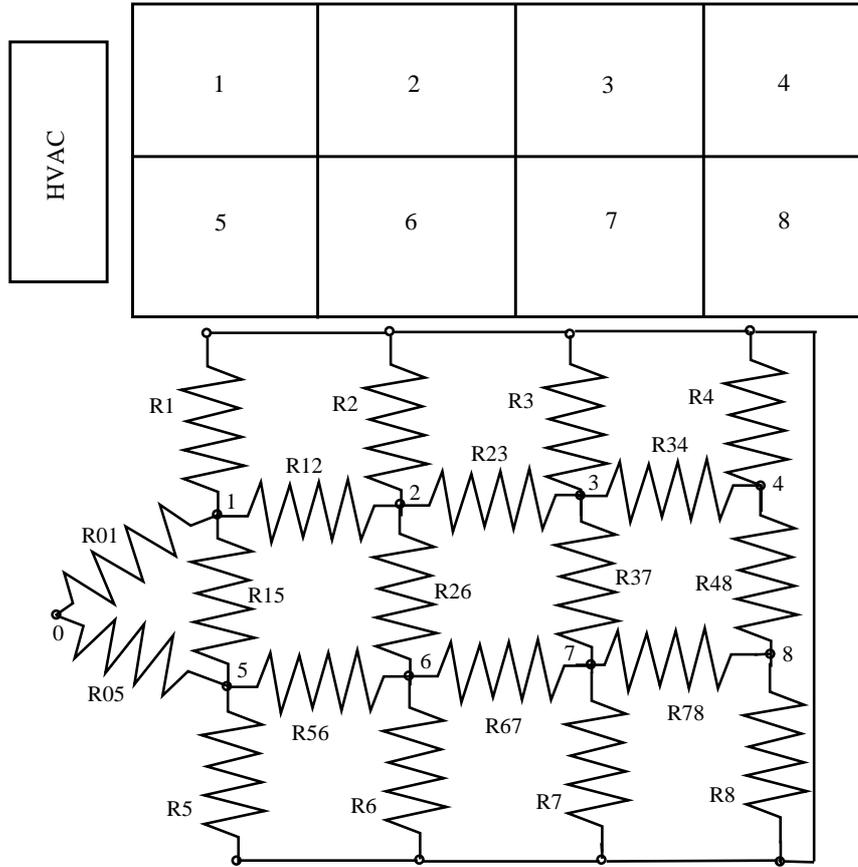


Figura 2: Esquema simplificado de pasillo aislado (arriba) y red hidráulica simple para el modelado del flujo en el falso suelo (abajo)

que considera un pasillo completamente aislado) entre las 8 losetas consideradas.

Las resistencias marcadas con R_1 , R_2 , R_3 , R_4 , R_5 , R_6 , R_7 y R_8 corresponderían a las resistencias al paso del flujo que ofrece cada loseta (la cual depende del grado de apertura de ésta). A su vez, las resistencias marcadas como R_{01} , R_{05} , R_{12} , R_{23} , R_{34} , R_{15} , R_{26} , R_{37} , R_{48} , R_{56} , R_{76} y R_{78} corresponden a las resistencias al paso del flujo en el falso suelo (debido a la fricción, el bloqueo producido por el cableado, los cambios de sección, etc.) entre los correspondientes puntos.

La caída de presión $p_i - p_j$ entre los nodos i y j vendrá dada por

$$p_i - p_j = R_{ij}|Q_{ij}|Q_{ij} \quad (1)$$

donde Q_{ij} representa el caudal que atraviesa la rama que une dichos puntos (asignéle un signo positivo si el flujo va del nodo i al nodo j).

Por otro lado, denotando mediante Q_i el flujo que atraviesa la i -ésima loseta se tiene

$$p_i = R_i |Q_i| Q_i \quad (2)$$

donde se ha empleado que la presión en la sala se considera homogénea (y se toma además como referencia de presiones). A su vez, la resistencia que la loseta ofrece al paso del flujo R_i depende del grado de apertura de ésta, β_i , (medida como la relación entre el área de paso y el área total de la loseta) de la forma (ver Ref. [23])

$$R_i = \frac{\rho}{2A_i^2 \beta_i^2} \left(1 + \frac{1}{2} (1 - \beta_i)^{3/4} + 1,414 (1 - \beta_i)^{3/8} \right) \quad (3)$$

donde A_i representa el área (total) de la loseta y ρ la densidad del aire.

La determinación del sistema de ecuaciones que permite obtener los caudales se hace mediante la imposición del principio de conservación de materia en cada nodo (o, en el símil eléctrico, mediante la ley de Kirchhoff para los nodos) y la igualación de las caídas de presión a lo largo de cada circuito cerrado (ley de Kirchhoff para las mallas en el símil eléctrico). De este modo se obtiene un sistema de ecuaciones no lineales en los caudales Q_i y Q_{ij} , que permitirá determinar éstos una vez conocidas todas las resistencias del circuito hidráulico.

Como etapa previa al análisis mediante este método, se plantea un problema de identificación, donde se desea conocer los parámetros de la red hidráulica del falso suelo de un cierto centro de procesamiento de datos. En este problema se quieren identificar las resistencias de paso del falso suelo (difíciles de ajustar con el simple uso de tablas) a partir de información del propio centro. Esta información puede haberse logrado mediante medidas y/o simulación numérica. En la práctica (puesto que las resistencias aparecen de modo lineal en el sistema de ecuaciones de la red), se trata de resolver un sistema de ecuaciones lineales. En cualquier caso, parece razonable emplear un número suficiente de datos para construir un sistema sobredeterminado (que se resolverá en el sentido de los mínimos cuadrados), lo que permitirá tener una idea del grado de aproximación obtenida con el modelo. En este marco, la simulación numérica aparece como una alternativa muy interesante al aportar una información más completa que las medidas experimentales (que probablemente sólo puedan aportar información sobre los caudales que atraviesan las losetas).

Una vez identificada la red hidráulica que describe con un cierto grado de aproximación el comportamiento de los flujos en el falso suelo, puede plantearse el análisis del problema directo, donde se quiere predecir el flujo de aire a través de las losetas (una vez fijado el grado de apertura de éstas). En este problema, los parámetros de la red hidráulica son conocidos y se quiere saber, para unas ciertas condiciones de funcionamiento del equipo de

aire acondicionado y unas aperturas dadas de las losetas, cuáles son los flujos que atraviesas cada loseta. Se trata del problema descrito al principio de esta sección y corresponde, como se ha dicho, a la resolución de un sistema de ecuaciones no lineales. Es claro que la información que devuelve este problema es aproximada y la aproximación obtenida se deteriorará rápidamente conforme los bloqueos en el falso suelo vayan haciéndose más complejos. En todo caso, al tratarse de un modelo muy simple que permite obtener resultados en tiempos muy cortos permitirá explorar un número muy elevado de alternativas, pasando a examinar después con más detalle (mediante simulación numérica de modelos más refinados como los presentados en la sección anterior) aquellas que resulten más interesantes.

Por otro lado, también puede plantearse el problema en la forma de un problema inverso, en el cual se busca el grado de apertura necesario de las losetas a fin de lograr un cierto reparto de caudales entre éstas. Aquí las incógnitas son las resistencias de paso a través de las losetas (que aparecen linealmente en las ecuaciones, aunque éstas dependan de forma no lineal del grado de apertura respectivo). Si solamente se incluyen como datos los caudales por loseta (lo que significa, con respecto al equipo de aire acondicionado, especificar solamente su caudal pero no su potencia de funcionamiento -que vendrá dada por la presión de salida-) el problema admitirá infinitas soluciones, pudiéndose buscar el punto de consumo mínimo. En la práctica, debe observarse que las soluciones (resistencias de paso) que se busquen deben respetar ciertas condiciones pues no pueden ser inferiores a la resistencia de paso con toda la sección abierta. Además, debe tenerse en cuenta que la presión de salida del equipo de aire acondicionado está relacionada con el caudal que circula por dicho equipo a través de una familia de curvas características, lo que impone nuevas restricciones (que, adicionalmente, sólo pueden ser determinadas de modo riguroso si se conoce el algoritmo de control implementado en estos equipos). Formalmente, puede entonces convertirse este problema en un problema de minimización con restricciones. Puede, por ejemplo, plantearse como la minimización de la potencia de ventilación con restricciones sobre los caudales, valores admisibles de resistencias y puntos de funcionamiento alcanzables por el equipo de aire acondicionado. También podría imponerse de modo *más débil* la condición sobre los caudales deseados y escribirse como un problema de minimización de una función objetivo que incluya desviaciones con respecto a los caudales nominales y el coste energético, con restricciones sólo sobre las resistencias y los puntos de funcionamiento alcanzables por el equipo de aire acondicionado. En todo caso, no debe olvidarse que el modelo contiene numerosas simplificaciones por lo que la información que devuelve la resolución de este problema de optimización debe considerarse como cualitativa y servirá fundamentalmente para seleccionar aquellas configuraciones de las que cabe esperar unas buenas propiedades y que deberán ser examinadas con más detalle, tal y como ya se ha comentado previamente.

5. Conclusiones

En este documento se ha respondido a todas las cuestiones planteadas por el Centro de Supercomputación de Galicia. Por un lado, a partir de literatura relevante, se ha dado respuesta a cuestiones generales de diseño que servirían para guiar la construcción del futuro centro de procesamiento de datos. Por otro lado, se ha puesto de manifiesto (a través de una presentación del estado del arte en el modelado matemático del problema termofluidodinámico de la refrigeración de centros de procesamiento de datos) la posibilidad de emplear la simulación numérica como herramienta de diseño del sistema de refrigeración del centro de procesamiento de datos. Se ha comprobado además que se dispone de herramientas de software libre que pueden incorporar modelos adecuados y que el coste computacional de las simulaciones numéricas es claramente asumible con los equipos del propio Centro de Supercomputación de Galicia. Finalmente, se ha esbozado una metodología para el análisis rápido de alternativas (que podrán ser posteriormente analizadas con mayor precisión con las simulaciones numéricas que se acaban de mencionar) en la configuración del esquema de refrigeración.

La principal conclusión de las sesiones de trabajo en las jornadas es que los modelos matemáticos constituyen una herramienta de gran potencia en el análisis del sistema de refrigeración de un centro de procesamiento de datos, constituyendo dicho análisis un problema de enorme interés técnico y con muy importantes implicaciones económicas (debido al enorme coste del suministro eléctrico en un centro de datos, del que una parte muy notable se destina al sistema de refrigeración).

Referencias

- [1] K.C. Karki, S.V. Patankar and A. Radmehr, Techniques for controlling airflow in raise-floor data centers, Paper No. InterPack2003-35282 *The Pacific Rim/ASME International Electronic Packaging Technical Conference and Exhibition* July 6-11, 2003, Maui, Hawaii, USA.
- [2] S. Greenberg, E. Mills, B. Tschudi, P. Rumsey and B. Myatt, Best Practices for Data Centers: Lessons Learned from Benchmarking 22 Data Centers, *ACEEE Summer Study on Energy Efficiency in Buildings* 2006.
- [3] S. Bhopte, B. Sammakia, R. Schmidt, M.K. Iyengar and D. Agonafer, Effect of under floor blockages on data center performance, IThERM '06 Paper *Tenth Intersociety Conference on Thermal and Thermomechanical Phenomena in Electronics Systems* (2006).
- [4] Pacific Gas and Electric Company, *High Performance Data Centers. A Design Guidelines Sourcebook* (2006).

- [5] E. Samadiani, Y. Joshi and F. Mistree, The thermal design of a next generation data center: a conceptual exposition, Paper No. ThETA01/029 *Thermal Issues in Emerging Technologies, ThETA 1* January 3-6, 2007, Cairo, Egypt.
- [6] P.S. Lee, S.V. Garimella and D. Liu, Investigation of heat transfer in rectangular microchannels, *International Journal of Heat and Mass Transfer* **48** (2005) 1688–1704.
- [7] American Society of Heating, Refrigeration and Air-Conditioning Engineers, *Datacom Equipment Power Trends and Cooling Applications* ASHRAE (2005).
- [8] J. Rambo and Y. Joshi, Modeling of data center airflow and heat transfer: State of the art and future trends, *Distrib. Parallel Databases* **21** (2007) 193–225.
- [9] K.G. Brill, *2005-2010 Heat Density Trends in Data Processing, Computer Systems, and Telecommunications Equipment: Perspectives, Implications, and the Current Reality in Many Data Centers*. The Uptime Institute (2006).
- [10] C.D. Patel and A.J. Shah, Cost Model for Planning, Development and Operation of a Data Center, Hewlett-Packard Technical Report HPL-2005-107R1 (2005).
- [11] J. Loper and S Parr, *Energy efficiency in data centers: a new policy frontier*. Alliance to Save Energy (2007).
- [12] R.R. Schmidt, E.E. Cruz and M.K. Iyengar, Challenges of data center thermal management, *IBM J. Res. & Dev.* **49** 4/5 (2005).
- [13] K.C. Karki, A. Radmehr and S.V. Patankar, Use of Computational Fluid Dynamics for Calculating Flow Rates Through Perforated Tiles in Raised-Floor Data Centers, *International Journal of Heating, Ventilation, Air-Conditioning, and Refrigeration Research* **9**(2) (2003) 153–166.
- [14] S. Kang, R.R. Schmidt, K.M. Kelkar, A. Radmehr and S.V. Patankar, A Methodology for the Design of Perforated Tiles in Raised Floor Data Centers Using Computational Flow Analysis, *IEEE Transactions on Components and Packaging Technologies* **24**(2) (2001) 177–183,
- [15] R.R. Smichdt, K.C. Karki, K.M. Kelkar, A. Radmehr, S.V. Patankar, Measurements and predictions of the flow distribution through perforated tiles in raised-floor data centers, Paper No. IPACK2001–15728 *The Pacific Rim/ASME International Electronic Packaging Technical Conference and Exhibition* July 8-13, 2001, Kauai, Hawaii, USA.

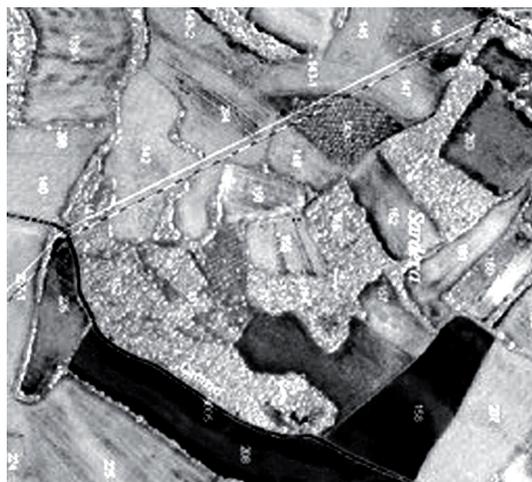
- [16] K.C. Karki and S.V. Patankar, Airflow distribution through perforated tiles in raised-floor data centers, *Building and Environment* **41** (2006) 734–744.
- [17] J. Rambo and Y. Joshi, Convective transport processes in data centers, *Numerical Heat Transfer, Part A* **49** (2006) 923–945.
- [18] K. Dhinsa, C. Bailey and K. Pericleous, Investigation Into the Performance of Turbulence Models for Fluid Flow and Heat Transfer Phenomena in Electronic Applications, *IEEE Transactions on Components and Packaging Technologies* **28**(4) (2005) 686–699.
- [19] Q. Chen and W. Xu, A zero-equation turbulence model for indoor airflow simulation, *Energy and Buildings* **28** (1998) 137–144.
- [20] K. Dhinsa, C. Bailey and K. Pericleous, Turbulence modelling and its impact on CFD predictions for cooling of electronic components, in *Thermomechanical Phenomena in Electronic Systems*, Proceedings of the Inter Society Conference on Thermal Phenomena (2004) 487–494.
- [21] J. Rambo and Y. Joshi, Multi-scale modeling of high power density data centers, *Advances in Electronic Packaging* **1** (2003) 521–527.
- [22] J. Rambo, *Reduced-order modeling of multiscale turbulent convection: application to data center thermal management*, PhD Dissertation, Georgia Institute of Technology (2006).
- [23] I.E. Idelchik, *Handbook of Hydraulic Resistance* 3rd ed. Begell House (1994).

El problema de concentración parcelaria. Descripción, formulación y aproximación a su resolución

Coordinador Académico Justo Puerto Albandoz
Universidad o Centro Universidad de Sevilla

Representante de la Empresa Miguel Rodríguez Luaces
Empresa Enxenio, S.L.

Grupo de trabajo Luisa Carpenle Rodríguez (Universidade da Coruña)
Balbina Casas Méndez (Universidade de Santiago de Compostela)
Gloria Fiestras Janeiro (Universidade de Vigo)
Ignacio García Jurado (Universidade de Santiago de Compostela)
Manuel Mosquera Rodríguez (Universidade de Vigo)
Franciso Pena Brage (Universidade de Santiago de Compostela)
Miguel Rodríguez Luaces (Enxenio)
Teresa Seoane Pillado (CESGA)



El problema de concentración parcelaria. Descripción, formulación y aproximación a su resolución

*Justo Puerto Albandoz** *Miguel Rodríguez Luaces***

Resumen

El problema de concentración parcelaria consiste en reasignar parcelas a propietarios, agrupados en una junta de compensación, de modo que el valor de las propiedades se mantenga dentro de unos ciertos límites de tolerancia, medidos en puntos, a la vez que se reduce la dispersión de las propiedades disminuyendo el número de parcelas asignadas a cada propietario. Abordamos la fase de modelado del problema a través de un problema de programación matemática con objetivo lineal y restricciones posiblemente no lineales. Dada la gran complejidad de esta formulación, se propone un algoritmo heurístico que de forma automática proporciona soluciones al problema, tras una primera fase de implementación.

1. Descripción del problema

En un proceso de concentración parcelaria un grupo de pequeños propietarios de terrenos ponen sus propiedades en común para, después, volver a repartirlas. Inicialmente cada propietario tendrá una colección dispersa de pequeños terrenos de diferentes calidades. Además, cada propietario puede realizar peticiones para conservar ciertas parcelas que aporta (por ejemplo, por tener una construcción o por estar cultivándola). Lo deseable es que al final del proceso cada propietario posea un conjunto de propiedades (fincas de reemplazo) lo más concentrado posible, con características equiparables a las de sus propiedades iniciales, y cumpliendo las peticiones expresadas por los propietarios. Hay que tener en cuenta que en el proceso no se reparte la totalidad de la superficie aportada, sino que cierta cantidad queda reservada para poder responder posibles alegaciones de los propietarios. El objetivo perseguido por la empresa consiste en el diseño de un método automático para asignar fincas de reemplazo en procesos de concentración parcelaria. Dicho método debe estar basado en criterios de ecuanimidad y debe proponer en cada caso una asignación que cumpla las restricciones puestas por los usuarios (factibilidad) y que deje satisfechos a todos ellos (optimalidad).

*E-mail: puerto@us.es

**E-mail: luaces@enxenio.es

2. El modelo de programación matemática

El método automático se puede modelar como la solución de un problema de programación matemática. Las variables de decisión toman valores cero o uno, la función objetivo es lineal y las restricciones son en su mayoría lineales. De todos modos, algunas restricciones son no lineales y el equipo no ha visto cómo linealizarlas, aunque no descarta que ello sea posible. En cualquier caso, tanto el número de variables como el número de restricciones son muy grandes, por lo que no es razonable esperar que este método automático sea realmente operativo en procesos de concentración parcelaria en los que participe un número considerable de propietarios. Por ello, además de la modelización del método a través de la programación matemática entera con objetivo lineal y restricciones posiblemente no lineales, es preciso describir un procedimiento heurístico para resolver tal problema de programación matemática. El equipo ha propuesto un esquema de un posible procedimiento heurístico.

Para simplificar supondremos que cada área limita por caminos la podemos subdividir en unidades básicas de área de calidad uniforme. De acuerdo con los técnicos de la empresa *Enxenio*, esto no supone pérdida de generalidad.

Comencemos por describir la notación que utilizaremos. Los propietarios serán indexados por $p = 1, \dots, P$. Los polígonos uni-tipo por $k = 1, \dots, K$, refiriéndonos a las unidades de área por índices i, j , dentro de cada polígono. El tipo de suelo se indexa por $s = 1, \dots, S$. Finalmente, los caminos del área en cuestión se numeran por $\ell = 1, \dots, L$.

Denotaremos por A^k la matriz de adyacencias a caminos de las parcelas del polígono k , en la distribución dada a priori. En esta matriz sus elementos vienen dados por:

$$a_{(ij),\ell}(k) = \begin{cases} 1 & \text{si la unidad } i, j \text{ toca el camino } \ell, \\ 0 & \text{caso contrario.} \end{cases}$$

La matriz de peticiones se denotará por C y sus elementos son

$$c_{(ij)}^p = \begin{cases} 1 & \text{si propietario } p \text{ pide la unidad } i, j \text{ en el polígono } k, \\ 0 & \text{caso contrario.} \end{cases}$$

Cada parcela tiene asignada una puntuación en razón a su valor por tipo de suelo, ubicación ..., esta información está recogida en los parámetros $r_{(ij),k}$, que designan los puntos de la unidad de área i, j del polígono k .

Asimismo denotamos por α^p el número total de peticiones del propietario p .

Las variables que utilizamos en la formulación propuesta son las siguientes.

$$x_{(ij),k}^{p,s} = \begin{cases} 1 & \text{si elemento } i, j \text{ en pol. } k \text{ es asignado a prop. } p \text{ (tipo } s), \\ 0 & \text{caso contrario.} \end{cases}$$

d^p = desviación en número de puntos totales respecto a las peticiones de p .

$d^{p,s}$ = desviación respecto a los puntos en calidad s para el propietario p .

La función objetivo que proponemos optimizar es la suma ponderada de tres componentes significativas en la concentración parcelaria.

1. El número total de fincas resultantes. Esta componente equivale a optimizar los índices de reducción y el coeficiente de concentración, que son medidas utilizadas por el gobierno autónomo para medir la bondad de los resultados.

Formalmente, este objetivo se formula como:

$$\begin{aligned}
o_1 := & \sum_{k=1}^K \left(x_{(11),k}^{ps} + \sum_{i=1}^{total(k,x)-1} \max\{x_{(i+1,1),k}^{ps} - x_{(i1),k}^{ps}, 0\} \right. \\
& + \sum_{j=1}^{total(k,y)-1} \max\{x_{(1,j+1),k}^{ps} - x_{(1,j),k}^{ps}, 0\} \\
& + \sum_{i=1}^{total(k,x)-1} \sum_{j=1}^{total(k,y)-1} \max\left\{ \max\{x_{(i+1,j+1),k}^{ps} - x_{(i,j+1),k}^{ps}, 0\} \right. \\
& \left. \left. - \max\{x_{(i+1,j),k}^{ps} - x_{(i,j),k}^{ps}, 0\}, 0 \right\} \right). \tag{1}
\end{aligned}$$

En la expresión anterior $total(k, x)$ y $total(k, y)$ representan el rango de la numeración horizontal y vertical de las unidades de área de la parcela k .

2. Minimizar la desviación total del número de parcelas pedidas por propietario con respecto a las que recibe. Esta componente trata de aumentar el grado de satisfacción de los usuarios en la solución final.

Matemáticamente se traduce en:

$$o_2 := \sum_{p=1}^P d^p. \tag{2}$$

3. Minimizar la desviación del número de parcelas por tipo de suelo pedidas, con respecto a las que recibe cada propietario. Igual que la

anterior, esta componente trata de aumentar el grado de satisfacción de los usuarios en la solución final. Y la formulamos como:

$$o_3 := \sum_{p=1}^P \sum_{s=1}^S d^{p,s}. \quad (3)$$

Las restricciones que modelan las condiciones descritas en el problema real las enunciamos a continuación.

1. Restricción que asegura que un propietario con una única parcela, con construcción u otras condiciones fuertes recibirá estas parcelas.

$$x_{(ij),k}^{ps} = 1, \quad \forall i, j \in I_{(p,s)}, \quad \forall p, s; \quad (4)$$

donde $I_{(p,s)}$: conjunto de unidades del propietario p que son de asignación fija.

2. Restricción que acota las desviaciones de las peticiones débiles del propietario p .

$$\sum_{k=1}^K \sum_{i,j} c_{(ij),k}^p x_{(ij),k}^{ps} + d^p \geq \alpha^p, \quad \forall p. \quad (5)$$

3. Asegurar que cada finca es adyacente a caminos.

$$\sum_{\ell=1}^L \sum_{i,j} a_{(ij),\ell}^{(k)} x_{(ij),k}^{ps} \geq 1, \quad \forall p, \forall k. \quad (6)$$

4. Restricciones de forma (cuadrilatero).

$$x_{(ij),k}^{ps} x_{(i+1,j+1),k}^{ps} \leq x_{(i,j+1),k}^{ps} x_{(i+1,j),k}^{ps} \quad \forall i, j, p. \quad (7)$$

5. Restricciones de proporción de forma. Aseguran que se mantiene una cierta proporción entre el ancho y largo de cada finca.

$$\sum_{t \geq i} x_{(tj),k}^{ps} + \sum_{t < i} x_{(tj),k}^{ps} \leq p \times \left(\sum_{j \geq i} x_{(it),k}^{ps} + \sum_{t < j} x_{(ij),k}^{ps} \right), \quad \forall i, j, p, k. \quad (8)$$

6. Restricciones que aseguran que cada propietario recibirá al menos un porcentaje de los puntos que tenía inicialmente.

$$\sum_{k=1}^K \sum_{i,j} r_{(ij),k} x_{(ij),k}^{ps} \geq r \% \text{puntos iniciales}, \quad \forall p, s. \quad (9)$$

7. Restricciones que aseguran que cada propietario recibirá al menos un porcentaje de los puntos que tenía inicialmente de cada tipo de suelo.

$$\sum_{k=1}^K \sum_{i,j} r_{(ij),k} x_{(ij),k}^{ps} + d^{ps} = \text{puntos iniciales de } p \text{ en tipo suelo } s, \quad \forall p. \quad (10)$$

Finalmente, el modelo de programación matemática que representa el problema de concentración parcelaria, considera los tres criterios de aspiración, (1), (2) y (3), descritos anteriormente con pesos de importancia w_1, w_2, w_3 , dados por los planificadores. Formalmente, el modelo se puede escribir como sigue:

$$\max \left\{ \sum_{i=1}^3 w_i o_i : \text{sujeito a: (4), (5), (6), (7), (8), (9) y (10)} \right\}$$

3. Un procedimiento heurístico automático de solución

Está basado en un algoritmo de cuatro fases, que a su vez hace llamadas a tres procesos: *Seleccionar propietario*, *Crear finca*, *Seleccionar polígono*, cuya implementación es clave para la correcta aplicación del algoritmo. Estos procesos realizan las funciones que describen sus nombres. El primero implementará un algoritmo de selección adecuada de propietarios, el segundo de fincas y el tercero de polígonos de unidades de área básicas.

En primer lugar describiremos el algoritmo con sus fases y a continuación especificaremos los tres procesos.

Fases del método

Fase I. Homogeneización de restricciones fuertes. Rectificar fincas con restricciones fuertes. Transformación mediante triangulación.

Fase II. Concentración de propietarios con restricciones fuertes.

Repetir

Seleccionar propietario en esta clase en orden decreciente a la distancia a los caminos.

Crear finca a partir de la finca con restricciones fuertes considerada.

Fin repetir

Fase III. Procesamiento de restricciones débiles.

Repetir

Seleccionar propietario

Seleccionar petición de propietario

Si *Comprobar factibilidad*

Crear finca

Si no Pasar petición a no satisfecha

Fin Si

Fin repetir

Fase IV. Procesamiento de propietarios restantes.

Repetir

Seleccionar propietario

Seleccionar polígono (minimizando aspiraciones)

Crear finca

Fin repetir

Los procedimientos (funciones) a los que se invoca en el algoritmo son *Seleccionar propietario*, *Crear finca*, *Seleccionar polígono*.

Seleccionar propietario Se realizará entre los no procesados en orden decreciente de puntos, en orden decreciente de número de polígonos en los que tiene fincas, ...

Seleccionar polígono Se realizará atendiendo a criterios de accesibilidad a caminos, por puntos en polígonos restantes, por área restante, ...

Crear finca Si se parte de una finca (en un polígono) prefijada por una restricción fuerte, expandir hacia el camino más cercano sin obstáculos de accesibilidad y manteniendo las formas. Si no se puede llegar al camino, abrir una servidumbre de paso.

Si no se parte de una finca prefijada, aplicar el mismo proceso anterior comenzando desde un camino adyacente al polígono.

Agradecimientos

El Comité Organizador desea agradecer todas las inestimables contribuciones de los ponentes de las empresas, los coordinadores académicos de las propuestas, así como de los participantes en los distintos grupos de trabajo, que han contribuido al éxito científico de este evento.

También desea expresar su gratitud a las diversas instituciones que han colaborado económicamente en su financiación: el Ministerio de Educación y Ciencia a través del Proyecto Ingenio Mathematica i-MATH del programa Consolider-Ingenio 2010; la Consellería de Educación e Ordenación Universitaria de la Xunta de Galicia a través de la Red Mathematica Consulting y Computing de Galicia; el Centro de Supercomputación de Galicia que colaboró en la puesta en marcha de las infraestructuras necesarias y la Facultad de Matemáticas de la USC que cedió los locales para el desarrollo de las jornadas.

Por último, desea expresar su agradecimiento a los técnicos de Consulting y Computing del Nodo CESGA (María Teresa Sánchez Rúa, Teresa Seoane Pillado y Giuseppe Viglialoro) que con su minucioso trabajo y dedicación han permitido el éxito organizativo de las Jornadas y que han contribuido directamente en la edición de este libro.



mathematica.nodo.cesga.es

S U M A R I O

Metodología para el análisis del comportamiento de válvulas by-pass ante ondas de presión	9
Asignación de productos a testar según perfil de consumidor en un estudio de mercado	17
Diseño y mejora de sistemas de refrigeración de centros de procesamiento de datos	29
El problema de concentración parcelaria. Descripción, formulación y aproximación a su resolución	49

